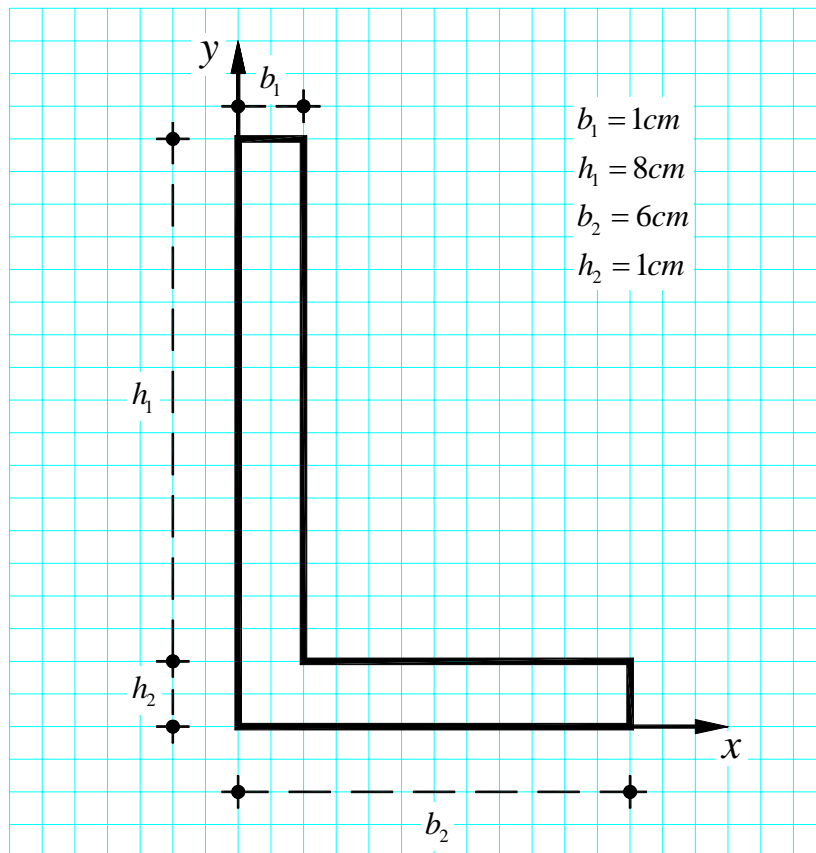


ESERCIZIO n.4

Data la sezione a L riportata in Figura determinare:

- gli assi principali centrali di inerzia;
- l'ellisse principale centrale di inerzia;
- il nocciolo centrale di inerzia.



1. Determinazione del baricentro della sezione

Per individuare il baricentro della sezione, le cui coordinate verranno espresse nel sistema di riferimento (x, y) indicato in Figura, è opportuno scomporre la sezione in due rettangoli, per esempio: uno di lati $b_1 = 1\text{cm}$ e $h_1 = 8\text{cm}$, l'altro di lati $b_2 = 6\text{cm}$ e $h_2 = 1\text{cm}$. Si procede quindi all'individuazione del baricentro e al calcolo dell'area per ciascuno dei due rettangoli:

Rettangolo I

$$A^I = b_1 \cdot h_1 = 1 \cdot 8 = 8 \text{ cm}^2$$

$$\begin{cases} x_G^I = \frac{b_1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ cm} \\ y_G^I = h_2 + \frac{h_1}{2} = 1 + \frac{8}{2} = 5 \text{ cm} \end{cases}$$

Rettangolo II

$$A^{II} = b_2 \cdot h_2 = 6 \cdot 1 = 6 \text{ cm}^2$$

$$\begin{cases} x_G^{II} = \frac{b_2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm} \\ y_G^{II} = \frac{h_2}{2} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ cm} \end{cases}$$

L'area complessiva della sezione

è ovviamente pari a:

$$A = A^I + A^{II} = 8 + 6 = 14 \text{ cm}^2$$

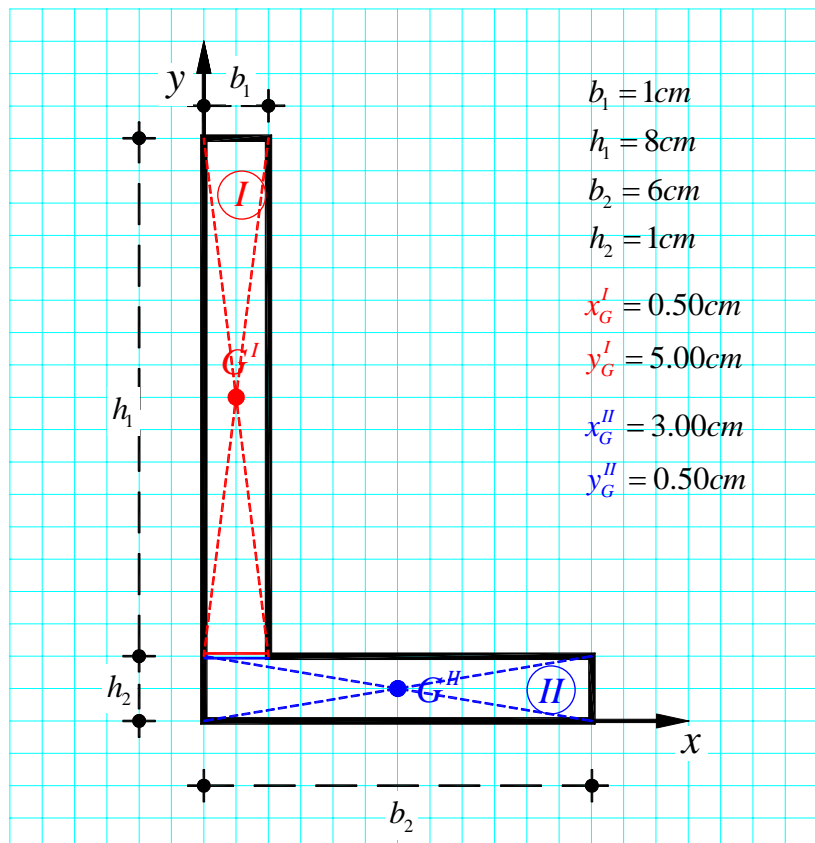
Si calcolano quindi i momenti statici della sezione rispetto agli assi x e y e ciò sfruttando la proprietà additiva del momento statico:

Momento statico S_x rispetto all'asse x :

$$S_x = S_x^I + S_x^{II} = A^I y_G^I + A^{II} y_G^{II} = 8 \cdot 5 + 6 \cdot 0.5 = 43 \text{ cm}^3$$

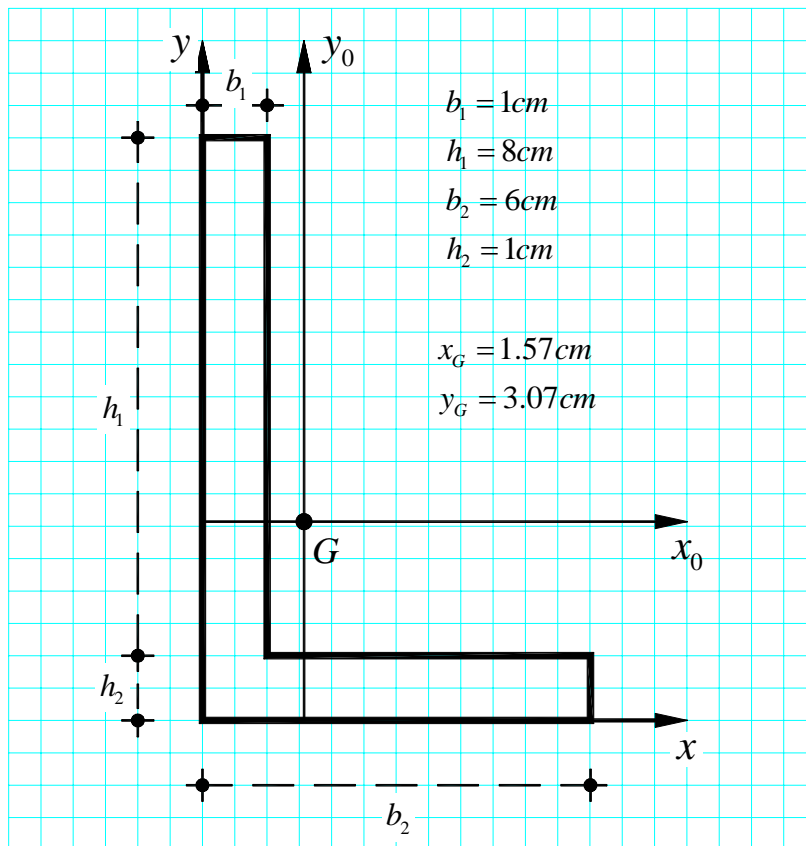
Momento statico S_y rispetto all'asse y :

$$S_y = S_y^I + S_y^{II} = A^I x_G^I + A^{II} x_G^{II} = 8 \cdot 0.5 + 6 \cdot 3 = 22 \text{ cm}^3$$



Si può infine determinare la posizione del baricentro della sezione nel riferimento (x, y) considerato applicando le formule di seguito riportate ed esplicitate numericamente per il caso in esame, risulta:

$$x_G = \frac{S_y}{A} = \frac{22 \text{ cm}^3}{14 \text{ cm}^2} = 1.57 \text{ cm}, \quad y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{43 \text{ cm}^3}{14 \text{ cm}^2} = 3.07 \text{ cm}$$

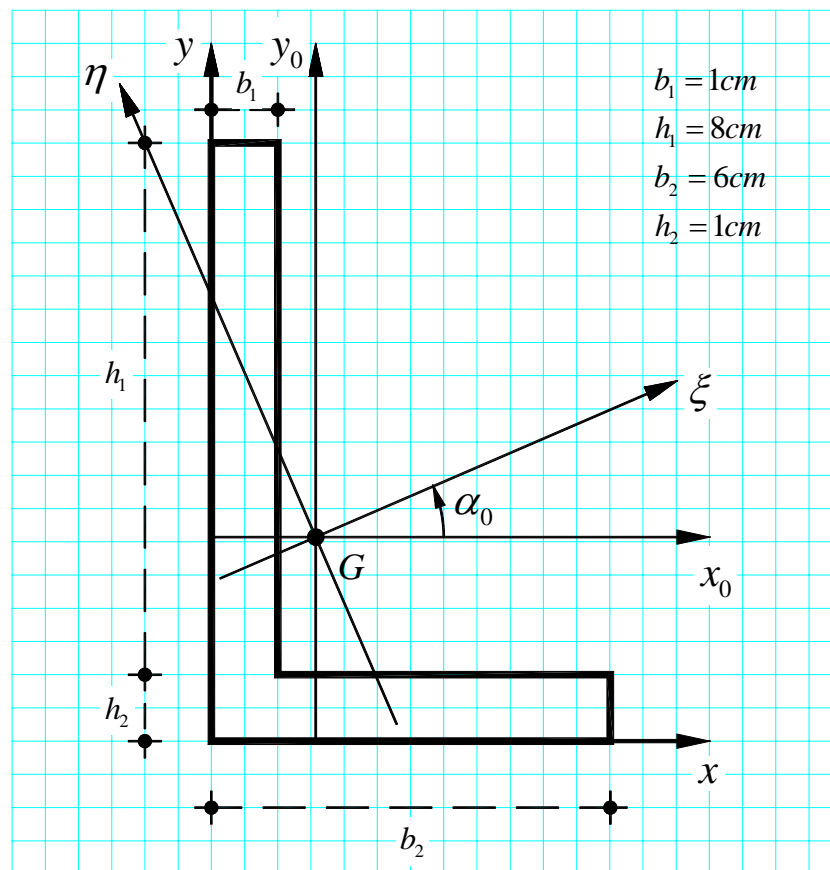


2. Determinazione degli assi principali centrali di inerzia

Nota la posizione del baricentro della sezione in esame nel riferimento (x, y) , si può procedere alla determinazione degli assi principali centrali di inerzia calcolando, rispetto ad un sistema di riferimento ortogonale baricentrico (x_0, y_0) come quello indicato in Figura, i momenti del secondo ordine I_{x_0} , I_{y_0} , $I_{x_0 y_0}$, della sezione e ciò applicando l'espressione:

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_0 y_0}}{I_{x_0} - I_{y_0}}$$

che fornisce l'angolo α_0 , positivo se antiorario, che la direzione principale ξ forma con l'asse x_0 ; la direzione principale η , essendo ortogonale a ξ , risulta così anch'essa univocamente determinata.



Il calcolo dei momenti del secondo ordine rispetto al riferimento (x_0, y_0) è effettuato avvalendosi della proprietà additiva per i momenti del secondo ordine, sfruttando la scomposizione in due rettangoli operata in precedenza e applicando, ove necessario, il teorema del trasporto.

2.1 Calcolo del momento di inerzia della sezione rispetto all'asse x_0

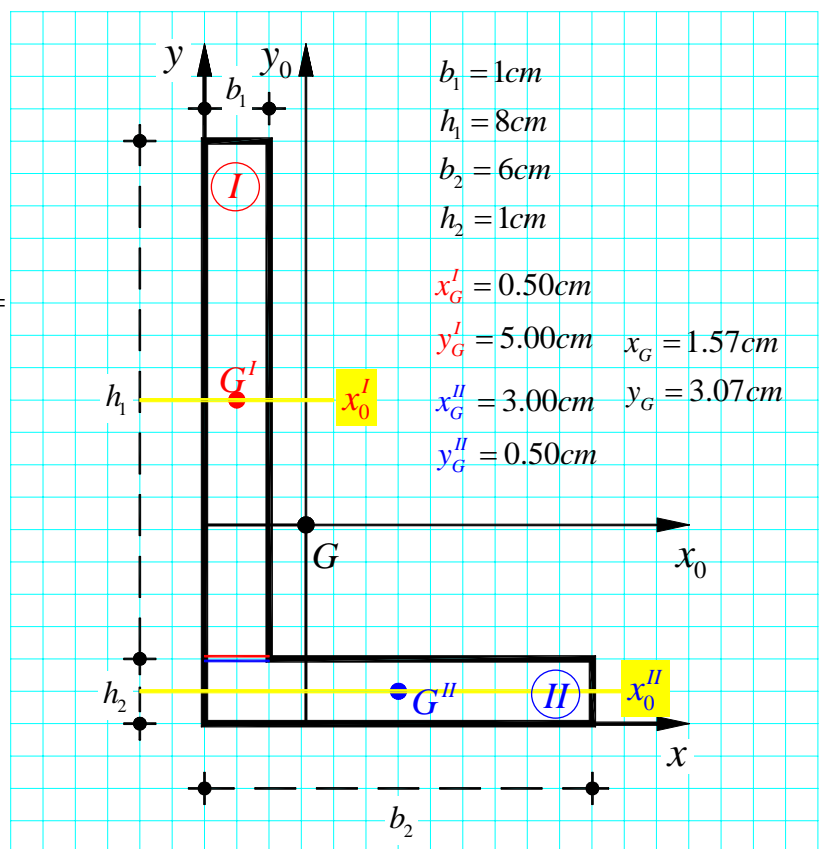
Il momento di inerzia della sezione rispetto all'asse x_0 è dato dalla somma dei momenti di inerzia rispetto all'asse x_0 dei singoli rettangoli I e II , cioè:

$$I_{x_0} = I^I + I^{II}$$

Per la valutazione di I^I e I^{II} si applica il teorema del trasporto; nel seguito $I^I_{x_0^I}$ indica il momento di inerzia del rettangolo I rispetto ad un asse x_0^I parallelo all'asse x_0 e passante per il baricentro G^I , analogamente $I^{II}_{x_0^{II}}$ indica il momento di inerzia del rettangolo II rispetto ad un asse x_0^{II} parallelo all'asse x_0 e passante per il baricentro G^{II} .

$$\begin{aligned} I^I_{x_0} &= I^I_{x_0^I} + A^I (y_G^I - y_G)^2 = \\ &= \frac{1}{12} b_1 h_1^3 + (b_1 h_1) \left(h_2 + \frac{h_1}{2} - y_G \right)^2 = \\ &= \frac{1}{12} (1 \cdot 8^3) + (1 \cdot 8) \left(1 + \frac{8}{2} - 3.07 \right)^2 = \\ &= 72.46 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I^{II}_{x_0} &= I^{II}_{x_0^{II}} + A^{II} (y_G^{II} - y_G)^2 = \\ &= \frac{1}{12} b_2 h_2^3 + (b_2 h_2) \left(\frac{h_2}{2} - y_G \right)^2 = \\ &= \frac{1}{12} (6 \cdot 1^3) + (6 \cdot 1) \left(\frac{1}{2} - 3.07 \right)^2 = \\ &= 40.13 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$



Si ha in definitiva:

$$I_{x_0} = I^I_{x_0} + I^{II}_{x_0} = 72.46 + 40.13 = 112.59 \text{ cm}^4$$

2.2 Calcolo del momento di inerzia della sezione rispetto all'asse y_0

Il momento di inerzia della sezione rispetto all'asse y_0 è dato dalla somma dei momenti di inerzia rispetto all'asse y_0 dei singoli rettangoli I e II , cioè:

$$I_{y_0} = I_{y_0}^I + I_{y_0}^{II}$$

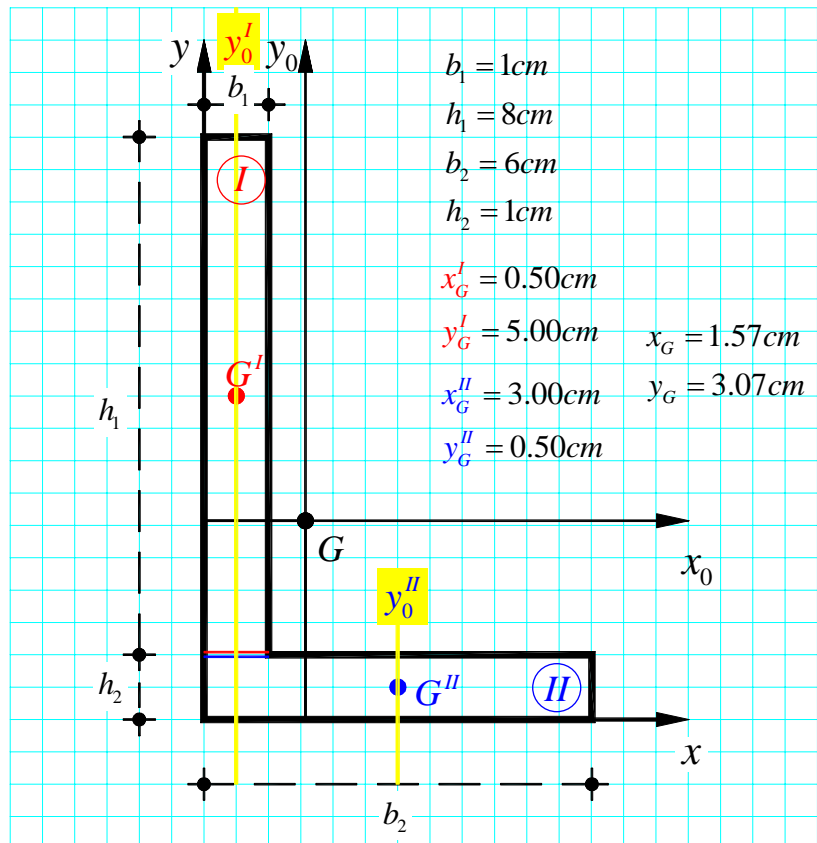
Per la valutazione di $I_{y_0}^I$ e $I_{y_0}^{II}$ si applica il teorema del trasporto; nel seguito $I_{y_0}^I$ indica il momento di inerzia del rettangolo I rispetto ad un asse y_0^I parallelo all'asse y_0 e passante per il baricentro G^I , analogamente $I_{y_0}^{II}$ indica il momento di inerzia del rettangolo II rispetto ad un asse y_0^{II} parallelo all'asse y_0 e passante per il baricentro G^{II} .

$$\begin{aligned} I_{y_0}^I &= I_{y_0^I}^I + A^I (x_G^I - x_G)^2 = \\ &= \frac{1}{12} h_1 b_1^3 + (b_1 h_1) \left(\frac{b_1}{2} - x_G \right)^2 = \\ &= \frac{1}{12} (8 \cdot 1^3) + (8 \cdot 1) \left(\frac{1}{2} - 1.57 \right)^2 = \\ &= 9.83 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{y_0}^{II} &= I_{y_0^{II}}^{II} + A^{II} (x_G^{II} - x_G)^2 = \\ &= \frac{1}{12} h_2 b_2^3 + (b_2 h_2) \left(\frac{b_2}{2} - x_G \right)^2 = \\ &= \frac{1}{12} (1 \cdot 6^3) + (1 \cdot 6) \left(\frac{6}{2} - 1.57 \right)^2 = \\ &= 30.27 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Si ha in definitiva:

$$I_{y_0} = I_{y_0}^I + I_{y_0}^{II} = 9.83 + 30.27 = 40.10 \text{ cm}^4$$



2.3 Calcolo del momento di inerzia centrifugo rispetto agli assi x_0 e y_0

Il momento di inerzia centrifugo della sezione rispetto agli assi x_0 e y_0 è dato dalla somma dei momenti di inerzia centrifughi rispetto agli assi x_0 e y_0 dei singoli rettangoli I e II , cioè:

$$I_{x_0 y_0} = I_{x_0 y_0}^I + I_{x_0 y_0}^{II}$$

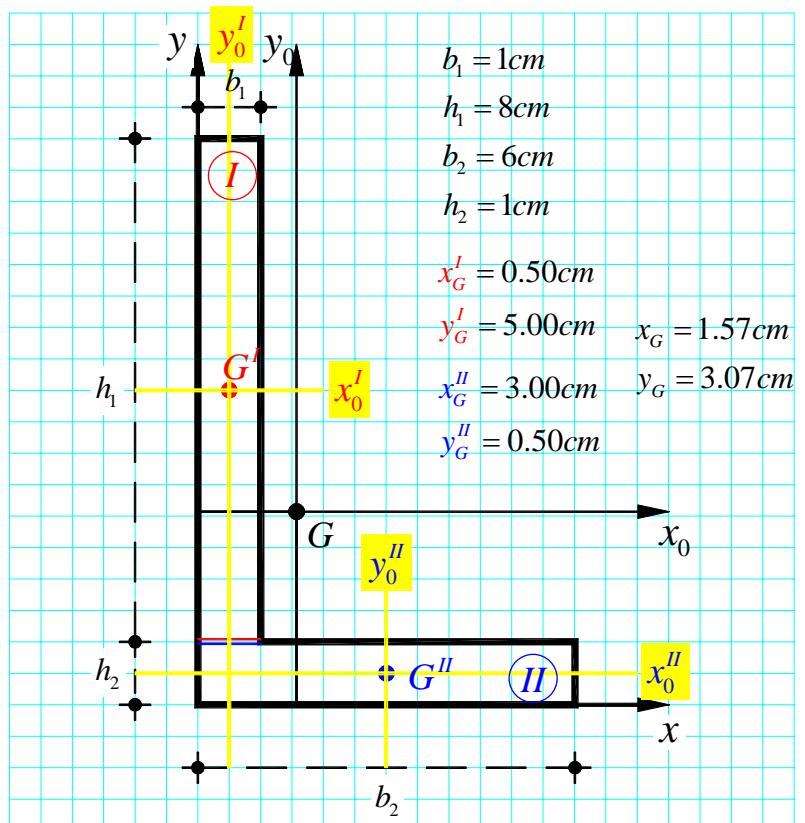
Per la valutazione di $I_{x_0 y_0}^I$ e $I_{x_0 y_0}^{II}$ si applica il teorema del trasporto; nel seguito $I_{x'_0 y'_0}^I$ indica il momento di inerzia centrifugo del rettangolo I rispetto agli assi x'_0 e y'_0 passanti per il baricentro G^I e paralleli a x_0 e y_0 , analogamente, $I_{x''_0 y''_0}^{II}$ indica il momento di inerzia centrifugo del rettangolo II rispetto agli assi x''_0 e y''_0 passanti per il baricentro G^{II} e paralleli a x_0 e y_0 . I momenti centrifughi $I_{x'_0 y'_0}^I$ e $I_{x''_0 y''_0}^{II}$ sono riportati nelle formule che seguono solo per completezza, infatti essendo (x'_0, y'_0) e (x''_0, y''_0) assi principali centrali di inerzia, rispettivamente, per i rettangoli I e II considerati risulta $I_{x'_0 y'_0}^I = I_{x''_0 y''_0}^{II} = 0$

$$\begin{aligned} I_{x_0 y_0}^I &= I_{x'_0 y'_0}^I + A^I \left[(x'_G - x_G)(y'_G - y_G) \right] = \\ &= (b_1 h_1) \left[\left(\frac{b_1}{2} - x_G \right) \left(h_2 + \frac{h_1}{2} - y_G \right) \right] = \\ &= (8 \cdot 1) \left(\frac{1}{2} - 1.57 \right) \left(1 + \frac{8}{2} - 3.07 \right) = \\ &= -16.52 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{x_0 y_0}^{II} &= I_{x''_0 y''_0}^{II} + A^{II} \left[(x''_G - x_G)(y''_G - y_G) \right] = \\ &= (b_2 h_2) \left[\left(\frac{b_2}{2} - x_G \right) \left(\frac{h_2}{2} - y_G \right) \right] = \\ &= (6 \cdot 1) \left(\frac{6}{2} - 1.57 \right) \left(\frac{1}{2} - 3.07 \right) = \\ &= -22.05 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Si ha in definitiva:

$$\begin{aligned} I_{x_0 y_0} &= I_{x_0 y_0}^I + I_{x_0 y_0}^{II} = \\ &= -16.52 - 22.05 = -38.57 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$



2.4 Assi principali centrali di inerzia

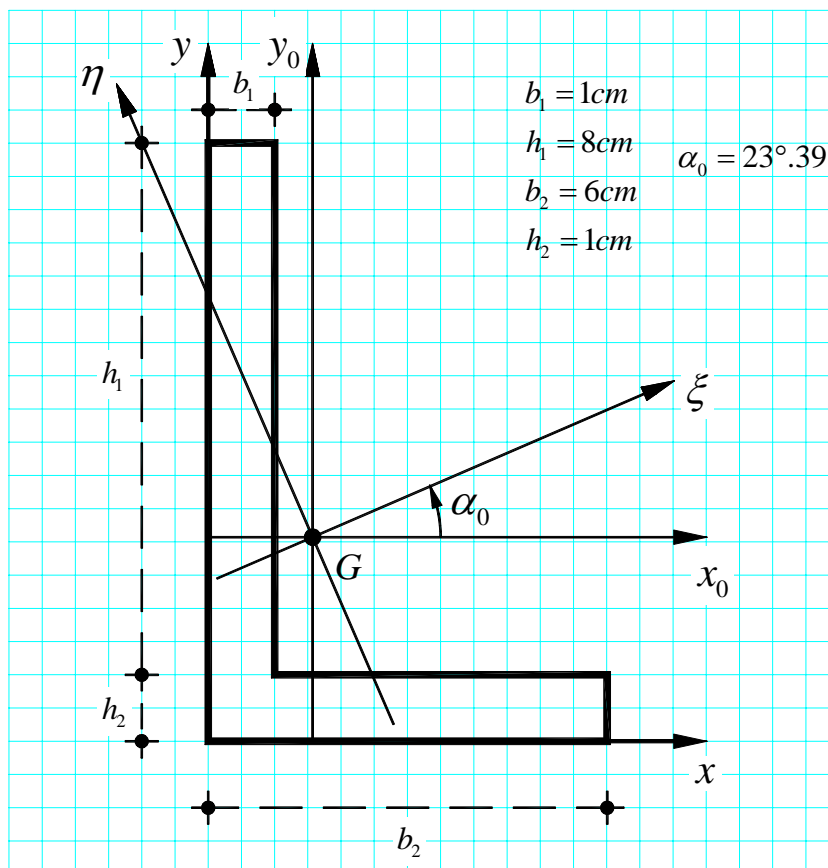
Noti i momenti del secondo ordine I_{x_0} , I_{y_0} , $I_{x_0 y_0}$, come precedentemente osservato, si può utilizzare l'espressione che fornisce l'angolo α_0 , positivo se antiorario, che la direzione principale ξ forma con l'asse x_0 . Si calcola:

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_0 y_0}}{I_{x_0} - I_{y_0}} = -\frac{2 \cdot (-38.57)}{112.59 - 40.10} = 1.06$$

e, in definitiva:

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \arctan \left(-\frac{2I_{x_0 y_0}}{I_{x_0} - I_{y_0}} \right) = \frac{1}{2} \arctan(1.06) = 23^\circ.39$$

che permette di tracciare l'asse principale ξ e, per quanto già osservato, l'asse principale η ad esso ortogonale e passante per il baricentro, così come indicato in Figura.



3. Determinazione dell'ellisse centrale di inerzia

L'ellisse centrale di inerzia, riferita agli assi principali ξ e η , ha equazione:

$$\frac{\xi^2}{\rho_\eta^2} + \frac{\eta^2}{\rho_\xi^2} = 1$$

nella quale ρ_ξ e ρ_η sono i semiassi dell'ellisse che coincidono, com'è noto, con i raggi giroatori di inerzia della sezione espressi da:

$$\rho_\xi = \sqrt{\frac{I_\xi}{A}}, \quad \rho_\eta = \sqrt{\frac{I_\eta}{A}}$$

Nelle relazioni precedenti: A è l'area totale della sezione in esame; I_ξ e I_η sono i momenti principali centrali d'inerzia della sezione esprimibili in funzione dei momenti del secondo ordine I_{x_0} , I_{y_0} , $I_{x_0y_0}$ rispetto al sistema di riferimento (x_0, y_0) baricentrico considerato in precedenza e quindi in funzione di quantità già calcolate.

I momenti principali centrali di inerzia I_ξ e I_η sono forniti dalla relazione:

$$\left. \begin{array}{l} I_\xi \\ I_\eta \end{array} \right\} = \frac{I_{x_0} + I_{y_0}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_0} - I_{y_0})^2 + 4I_{x_0y_0}^2} =$$

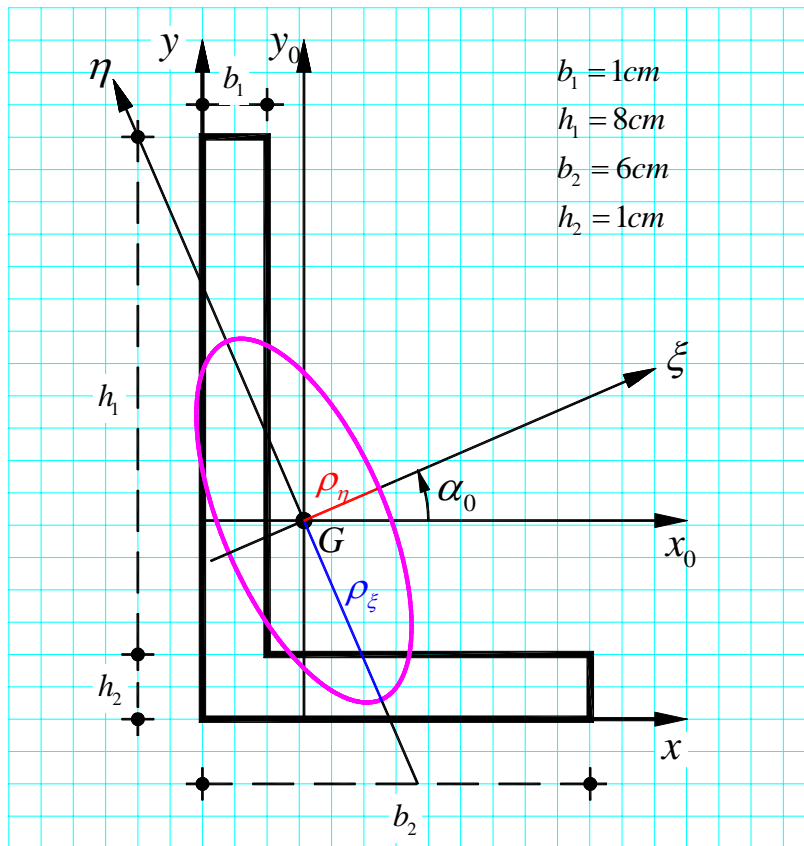
$$= \frac{112.59 + 40.1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(112.59 - 40.1)^2 + 4 \cdot (-38.57)^2} = 76.35 \pm 52.93 = \begin{cases} 129.28 \text{ cm}^4 \\ 23.42 \text{ cm}^4 \end{cases}$$

Si ricorda che in un riferimento principale di inerzia, per definizione, il momento di inerzia centrifugo è nullo; risulta cioè $I_{\xi\eta} = 0$.

Noti I_ξ e I_η , si possono in definitiva calcolare i raggi giratori di inerzia, si ha:

$$\rho_\xi = \sqrt{\frac{I_\xi}{A}} = \sqrt{\frac{129.28}{14}} = 3.04 \text{ cm}, \quad \rho_\eta = \sqrt{\frac{I_\eta}{A}} = \sqrt{\frac{23.42}{14}} = 1.29 \text{ cm}$$

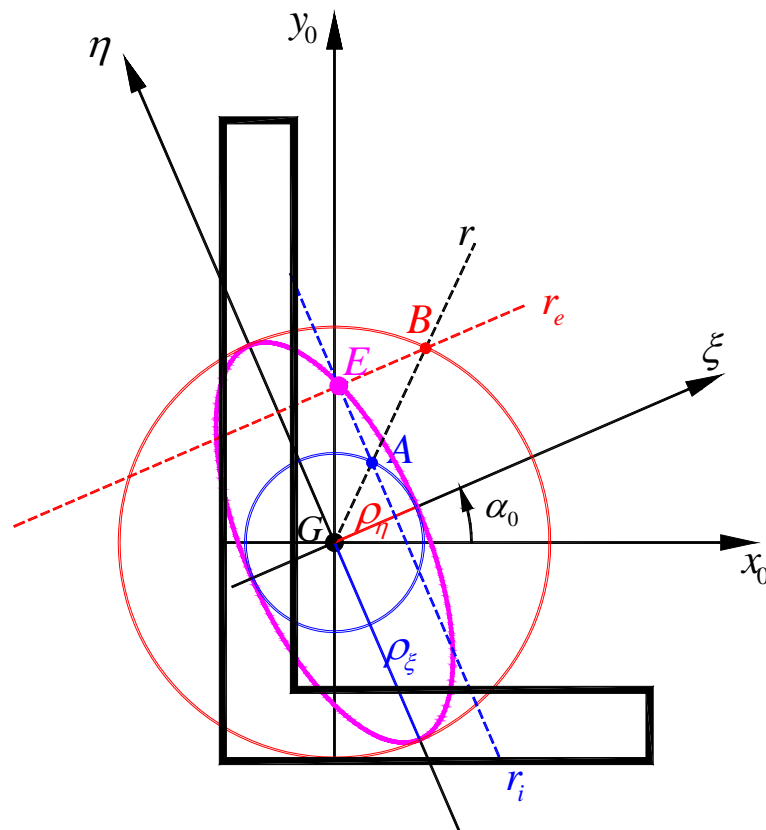
Questi ultimi definiscono l'equazione dell'ellisse centrale di inerzia nel riferimento principale (ξ, η) permettendone così la sua individuazione (effettuabile per punti ad esempio) così come indicato in Figura.



L'individuazione dell'ellisse, noti i semiassi ρ_ξ e ρ_η , può condursi anche sfruttando una semplice costruzione grafica di seguito illustrata e riportata schematicamente in Figura.

Costruzione grafica di un'ellisse noti che siano i suoi semiassi

1. Tracciare i semiassi e le circonferenze di centro G aventi per raggi i semiassi stessi;
2. Tracciata per G la generica semiretta r , condurre dalla sua intersezione A con la circonferenza interna la retta r_i parallela al semiasse maggiore, e dall'intersezione B con la circonferenza esterna la retta r_e parallela al semiasse minore;
3. Il punto E intersezione di r_i e r_e è punto dell'ellisse;
4. Ripetere la costruzione per un numero di punti sufficiente alla costruzione dell'ellisse.



4. Determinazione del nocciolo centrale di inerzia

Il nocciolo centrale di inerzia di una figura piana è il luogo dei centri relativi delle rette del piano che non tagliano la figura o, nella polarità d'inerzia di centro il baricentro G della figura (polarità esistente tra le rette del piano e i simmetrici rispetto a G dei loro centri relativi), il nocciolo centrale di inerzia è il luogo degli antipoli delle rette del piano che non tagliano la figura. Il nocciolo è qui di seguito individuato attraverso la costruzione del suo contorno e ciò, in particolare, attraverso la determinazione della posizione dei vertici dello stesso, determinati come antipoli delle rette tangenti alla frontiera (o contorno) della figura resa convessa. Il contorno del nocciolo centrale di inerzia della sezione a L in esame è quindi una figura a 5 vertici ciascuno dei quali rappresenta l'antipolo di una delle tangenti al contorno della sezione resa convessa.

4.1 Metodo analitico

Le coordinate dei vertici R_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) del nocciolo centrale di inerzia possono essere calcolate nel riferimento ortogonale (x_0, y_0) prima considerato previa determinazione, nello stesso riferimento, delle equazioni delle rette r_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) tangenti al contorno della figura resa convessa. Nota infatti l'equazione di una retta nel riferimento (x_0, y_0) , nella forma $a x + b y + 1 = 0$, dove x e y sono da intendersi valutate nel riferimento (x_0, y_0) e il pedice 0 è omissso per comodità, il suo antipolo, nello stesso riferimento, ha coordinate $P \equiv (x_p, y_p)$ fornite da:

$$x_p = (a I_{y_0} + b I_{x_0 y_0}) / A; \quad y_p = (a I_{x_0 y_0} + b I_{x_0}) / A$$

nelle quali compaiono, oltre ai coefficienti a e b dell'equazione della retta considerata, l'area A della sezione e i momenti del secondo ordine della stessa sezione rispetto al riferimento (x_0, y_0) valutati in precedenza.

In particolare: per rette di equazione $y = -1/b$, cioè parallele all'asse x_0 , ponendo per semplicità $q = -1/b$, dalle precedenti risulta:

$$x_p = -\frac{I_{x_0 y_0}}{qA}; \quad y_p = -\frac{I_{x_0}}{qA}$$

per rette di equazione $x = -1/a$, quindi parallele all'asse y_0 , ponendo $q^* = -1/a$ si ha invece:

$$x_p = -\frac{I_{y_0}}{q^* A}; \quad y_p = -\frac{I_{x_0 y_0}}{q^* A}$$

Con riferimento alla Figura, le rette tangenti al contorno della sezione resa convessa hanno, nel riferimento (x_0, y_0) , le seguenti equazioni:

retta r_1 (parallela all'asse x_0): $y = h_2 + h_1 - y_G = 1 + 8 - 3.07 = 5.93$;

retta r_2 (parallela all'asse y_0): $x = -x_G = -1.57$;

retta r_3 (parallela all'asse x_0): $y = -y_G = -3.07$;

retta r_4 (parallela all'asse y_0): $x = b_2 - x_G = 6 - 1.57 = 4.43$;

retta r_5 (passante per i punti $A \equiv (x_A, y_A)$ e $B \equiv (x_B, y_B)$): $a x + b y + 1 = -0.32x - 0.20y + 1 = 0$,

avendo valutato, con riferimento alla Figura, le coordinate dei punti A e B che risultano:

$$\begin{cases} x_A = b_1 - x_G = 1 - 1.57 = -0.57 \\ y_A = h_2 + h_1 - y_G = 1 + 8 - 3.07 = 5.93 \end{cases} \quad \begin{cases} x_B = b_2 - x_G = 6 - 1.57 = 4.43 \\ y_B = h_2 - y_G = 1 - 3.07 = -2.07 \end{cases}$$

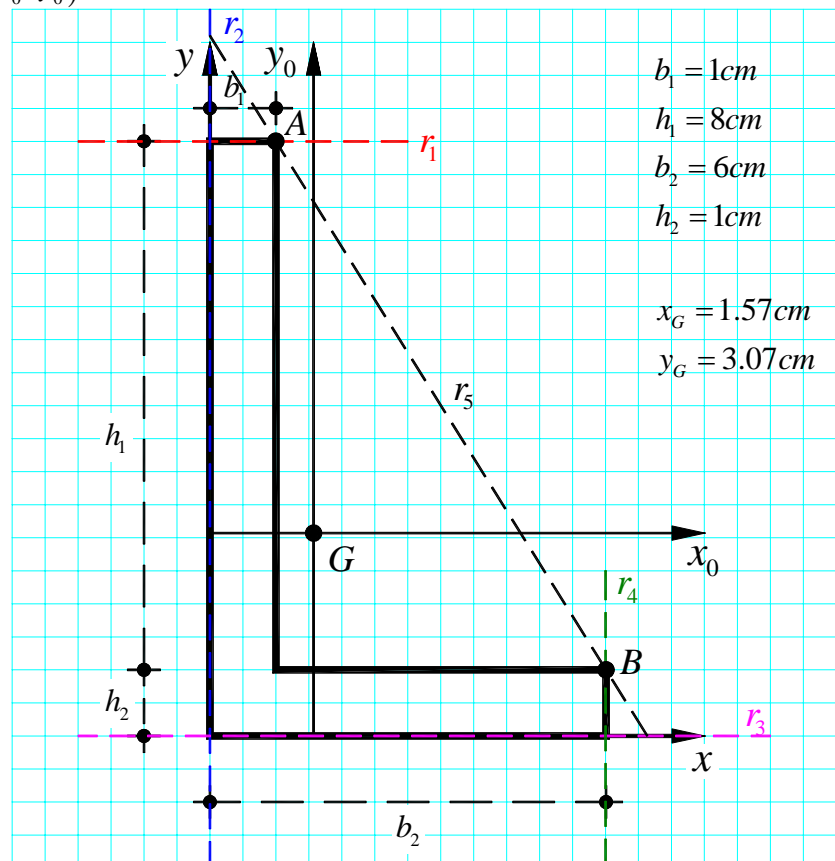
ed essendo:

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B y_A - x_A y_B} = -0.32; \quad b = \frac{x_A - x_B}{x_B y_A - x_A y_B} = -0.20.$$

Riepilogando, nel riferimento (x_0, y_0) ,

le rette tangenti alla figura resa convessa hanno equazioni:

$$\begin{cases} r_1: & y = 5.93 \\ r_2: & x = -1.57 \\ r_3: & y = -3.07 \\ r_4: & x = 4.43 \\ r_5: & -0.32x - 0.20y + 1 = 0 \end{cases}$$



Applicando le formule prima richiamate, si possono quindi calcolare le coordinate dei vertici R_1 , R_2 , R_3 , R_4 e R_5 , antipoli rispettivamente delle rette r_1 , r_2 , r_3 , r_4 e r_5 . Si calcola:

coordinate punto R_1 (antipolo della retta r_1 di equazione $y = 5.93$, parallela all'asse x_0):

$$x_{R_1} = -\frac{I_{x_0 y_0}}{qA} = -\frac{(-38.57)}{5.93 \cdot 14} = 0.46 \text{ cm}; \quad y_{R_1} = -\frac{I_{x_0}}{qA} = -\frac{112.59}{5.93 \cdot 14} = -1.36 \text{ cm};$$

coordinate punto R_2 (antipolo della retta r_2 di equazione $x = -1.57$, parallela all'asse y_0):

$$x_{R_2} = -\frac{I_{y_0}}{q^*A} = -\frac{40.1}{(-1.57) \cdot 14} = 1.82 \text{ cm}; \quad y_{R_2} = -\frac{I_{x_0 y_0}}{q^*A} = -\frac{(-38.57)}{(-1.57) \cdot 14} = -1.75 \text{ cm};$$

coordinate punto R_3 (antipolo della retta r_3 di equazione $y = -3.07$, parallela all'asse x_0):

$$x_{R_3} = -\frac{I_{x_0 y_0}}{qA} = -\frac{(-38.57)}{(-3.07) \cdot 14} = -0.90 \text{ cm}; \quad y_{R_3} = -\frac{I_{x_0}}{qA} = -\frac{112.59}{(-3.07) \cdot 14} = 2.62 \text{ cm};$$

coordinate punto R_4 (antipolo della retta r_4 di equazione $x = 4.43$, parallela all'asse y_0):

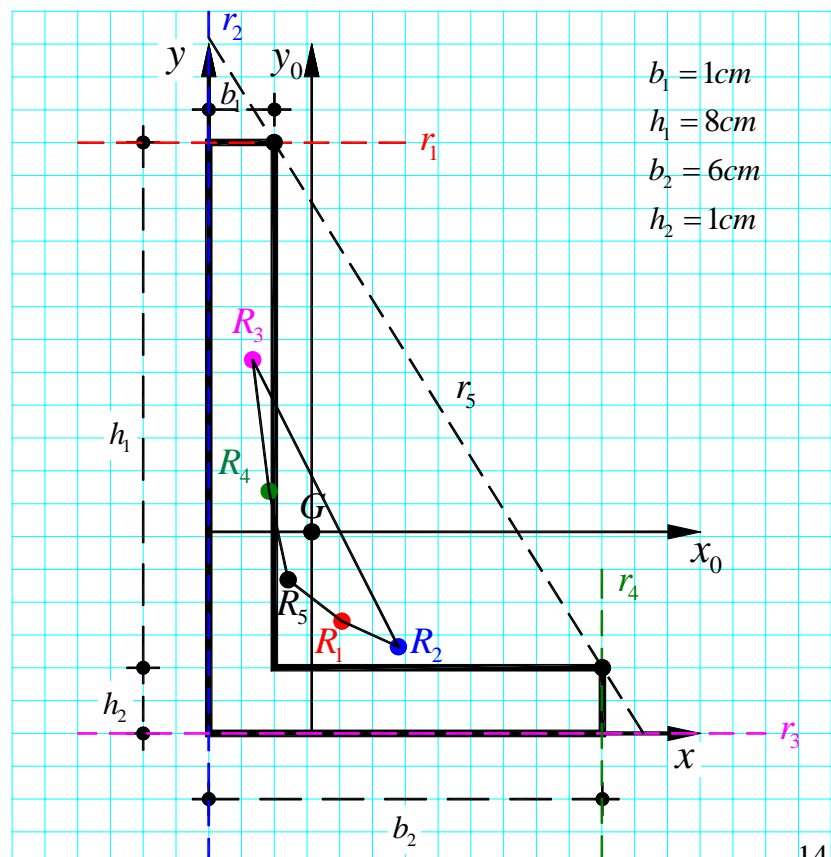
$$x_{R_4} = -\frac{I_{y_0}}{q^*A} = -\frac{40.1}{4.43 \cdot 14} = -0.65 \text{ cm}; \quad y_{R_4} = -\frac{I_{x_0 y_0}}{q^*A} = -\frac{(-38.57)}{4.43 \cdot 14} = 0.62 \text{ cm};$$

coordinate punto R_5 (antipolo della retta r_5 di equazione $a x + b y + 1 = -0.32 x - 0.20 y + 1 = 0$):

$$x_{R_5} = (a I_{y_0} + b I_{x_0 y_0}) / A = (-0.32 \cdot 40.1 + 0.20 \cdot 38.57) / 14 = -0.36 \text{ cm};$$

$$y_{R_5} = (a I_{x_0 y_0} + b I_{x_0}) / A = (0.32 \cdot 38.57 - 0.20 \cdot 112.59) / 14 = -0.73 \text{ cm}.$$

Unendo i punti R_i così individuati si ottiene il contorno, e quindi il nocciolo centrale di inerzia della sezione in esame, come illustrato in Figura. Si ricorda che i lati del nocciolo sono le antipolari dei vertici della sezione.



4.2 Metodo grafico

In alternativa alla procedura analitica prima esposta, di seguito si propone un metodo grafico per l'individuazione dei vertici del nocciolo centrale d'inerzia. Il metodo è riportato in sintesi, per passi operativi sequenziali e relativamente alla determinazione di un solo vertice del nocciolo della sezione in esame, essendo la costruzione grafica facilmente ripetibile per i restanti vertici. La costruzione è quella che consente, data una figura piana della quale si sia determinata l'ellisse centrale d'inerzia, di individuare l'antipolo R di una qualsiasi retta r del piano. Essa si basa su una relazione notevole della polarità d'inerzia di centro G , nota come relazione di coniugio, espressa da:

$$\rho_{r_0}^2 = \overline{GR} \cdot \overline{GR'}$$

nella quale:

r_0 è la retta parallela ad r e passante per il baricentro G della figura;

ρ_{r_0} è il raggio giratore d'inerzia rispetto a r_0 , definito dal semidiametro dell'ellisse appartenente alla direzione r^* coniugata ad r ;

R è l'antipolo della retta r ;

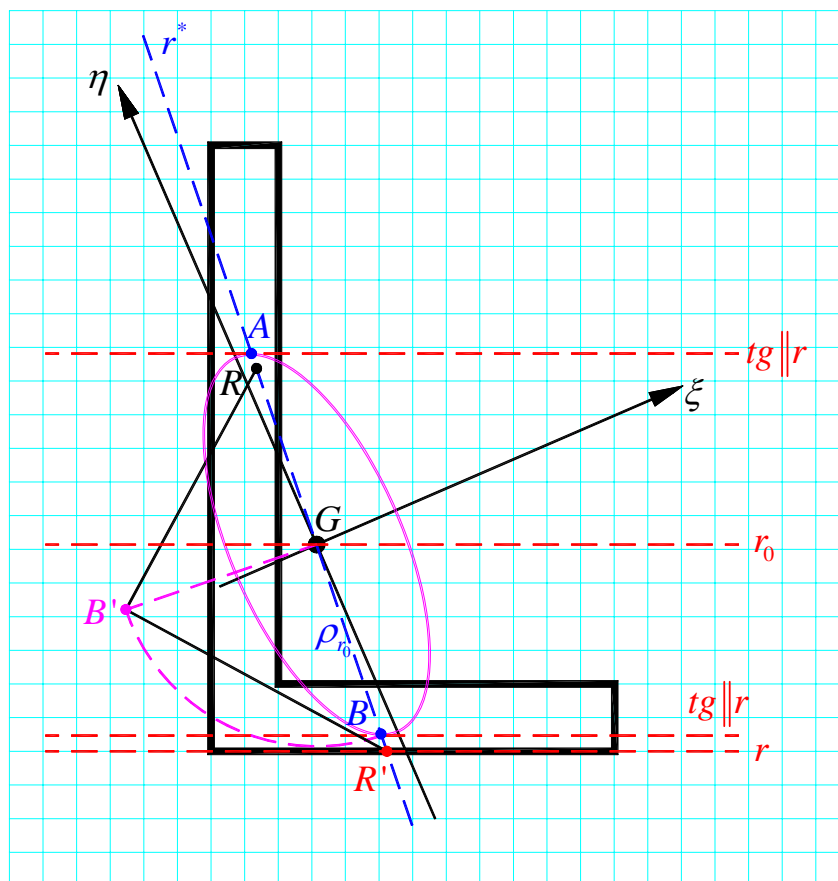
R' è il coniugato di R ;

\overline{GR} e $\overline{GR'}$ individuano i segmenti rispetto ai quali ρ_{r_0} è medio proporzionale, come stabilito dalla relazione di coniugio.

Si rimanda ai libri di testo consigliati per i fondamenti teorici sui quali si basa la costruzione proposta.

Con riferimento alla Figura, i passi operativi della costruzione proposta sono:

- #1 Nota l'ellisse centrale di inerzia e fissata la tangente r , della quale si vuole individuare l'antipolo R , si tracciano le tangenti all'ellisse parallele a r , individuando così i punti di tangenza A e B ;
- #2 La retta passante per i punti di tangenza A e B è la direzione r^* coniugata ad r , la sua intersezione con r è il punto R' , coniugato di R ; il raggio giratore ρ_{r_0} coincide con il semidiametro \overline{GB} (o \overline{GA});
- #3 Si ruota \overline{GB} di 90° si da disporlo sull'ortogonale per G alla direzione coniugata r^* , sia $\overline{GB'}$ il segmento così ottenuto;
- #4 Si unisce R' con B' e si conduce per B' l'ortogonale a $\overline{R'B'}$ sino ad intersecare la direzione coniugata r^* in R , antipolo della retta r considerata e vertice del nocciolo centrale di inerzia della sezione.



Ripetendo la costruzione per le altre 4 tangenti alla figura resa convessa si individua in modo completo il nocciolo centrale di inerzia della sezione.