

Università di Reggio Calabria
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA A
6 Giugno 2017

Cognome.....Nome.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1 Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} 2kx + 2y = 0 \\ x + y + kz = -1 \end{cases}$$

1) Discutere il sistema al variare del parametro reale k (1 punto)

2) Trovare le eventuali soluzioni (1 punto)

Esercizio 2

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ così definita, rispetto alla base canonica C nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (5x + y, 3z, 2y)$$

a) Stabilire se l'endomorfismo è semplice e determinare autospazi e una base di autovettori (1,5 punti)

c) Calcolare $\dim \text{Ker } f$, $\dim \text{Im } f$, una base di $\text{Ker } f$, una base di $\text{Im } f$ (1 punto)

d) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad $M^{C,C}(f)$ ed una matrice P che diagonalizza $M^{C,C}(f)$ (0,5 punti)

e) Determinare la matrice associata all'applicazione lineare rispetto alle basi $E = ((1, -1, 0), (0, 0, -1), (2, 0, 1))$ nel dominio ed $F = ((0, 1, 0), (0, 0, 1), (-1, 0, -3))$ nel codominio (1 punto).

Esercizio 3 Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $\{O; x, y\}$, discutere al variare di α , il fascio di coniche $x^2 - 3y^2 - 4\alpha xy - \alpha y + 5 = 0$ (1,5 punti)

Esercizio 4 Calcolare il prodotto vettoriale $\underline{v} \wedge \underline{w}$ e il prodotto scalare $\underline{v} \cdot \underline{w}$, dove $\underline{v} = (1, -2, 0)$ e $\underline{w} = (3, -4, 11)$.

(1 punto).

Esercizio 5 Calcolare $AB + 3B$ dove $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -5 & 0 \\ 17 & 0 & -9 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$.

A e B sono matrici invertibili? Giustificare la risposta. (1,5 punti)