

Università di Reggio Calabria
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA B
28 Gennaio 2016

Cognome.....Nome.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1 Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} kx + (k + 1)y = 1 \\ (k - 1)x + ky = k \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale k (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

Esercizio 2

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ così definita, rispetto alla base canonica C nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (2x + 3y, -x + y + 3z)$$

- a) Verificare che f è lineare (0,5 punti)
- c) Calcolare $\dim \text{Ker } f$, $\dim \text{Im } f$, una base di $\text{Ker } f$, una base di $\text{Im } f$ (1 punto)
- d) Stabilire se è iniettiva, suriettiva, isomorfismo (0,5 punti)

Esercizio 3 Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali $\{O; x, y\}$, stabilire se la conica di equazione $5x^2 + 2y^2 + 4xy - x - y - 1 = 0$ è non degenera e in tal caso classificarne il tipo e trovare la forma canonica (con la tecnica degli autovalori...) (2punti)

Esercizio 4 Scrivere l'equazione del piano passante per il punto $P = (5, 0, -3)$ e ortogonale alla retta di equazione $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 5t - 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$ (1punto).

Esercizio 5 Calcolare il prodotto righe per colonne AB dove $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -5 & 10 \\ 0 & 0 & -2 & 9 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -4 & 11 & 9 \\ -1 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ (0,5punti)

Esercizio 6

- 1) Stabilire per quali valori del parametro k i vettori $v_1 = (1, k + 1, 1)$, $v_2 = (12, k, 1)$ generano un sottospazio di dimensione uno e di dimensione due. Trovare in entrambi i casi una base.
- 2) v_1 e v_2 possono generare un sottospazio di dimensione tre? Giustificare la risposta.

(1,5punti)