

Università di Reggio Calabria  
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA A  
28 Gennaio 2016

Cognome.....Nome.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x + ky = k \\ kx + y = 2k + 3 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale  $k$  (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

**Esercizio 2**

Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  così definita, rispetto alla base canonica  $C$  nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (x + z, -2x + 3y)$$

- a) Verificare che  $f$  è lineare (0,5 punti)
- c) Calcolare  $\dim \text{Ker } f$ ,  $\dim \text{Im } f$ , una base di  $\text{Ker } f$ , una base di  $\text{Im } f$  (1 punto)
- d) Stabilire se è iniettiva, suriettiva, isomorfismo (0,5 punti)

**Esercizio 3** Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali  $\{O; x, y\}$ , stabilire se la conica di equazione  $5x^2 + 5y^2 - 6xy + 16\sqrt{2}x + 32 = 0$  è non degenera e in tal caso classificarne il tipo e trovare la forma canonica (con la tecnica degli autovalori...) (2punti)

**Esercizio 4** Scrivere l'equazione di una retta passante per il punto  $P = (1, 0, 1)$  e parallela al piano di equazione  $3x - y + z = 2$  (1punto).

**Esercizio 5** Calcolare il prodotto righe per colonne  $AB$  dove  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 9 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & -4 \end{pmatrix}$  (0,5punti)

**Esercizio 6**

- 1) Stabilire per quali valori del parametro  $k$  i vettori  $v_1 = (1, k, 1)$ ,  $v_2 = (2, k - 2, 1)$  generano un sottospazio di dimensione uno e di dimensione due. Trovare in entrambi i casi una base.
- 2)  $v_1$  e  $v_2$  possono generare un sottospazio di dimensione zero? Giustificare la risposta.

(1,5punti)