

Università di Reggio Calabria  
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA B  
13 Gennaio 2015

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} (-k-1)z = k+1 \\ y+z = 0 \\ (k^2+k)x + y - kz = 0 \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale  $k$  (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

**Esercizio 2**

Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  così definita, rispetto alla base canonica  $C$  nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (x + 2y + z, 2y, x - 2y + z)$$

- a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
- b) Determinare autospazi e una base di autovettori (0,5 punti)
- c) Calcolare  $\dim \text{Ker } f$ ,  $\dim \text{Im } f$ , una base di  $\text{Ker } f$ , una base di  $\text{Im } f$  (1 punto)
- d) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad  $M^{C,C}(f)$  ed una matrice  $P$  che diagonalizza  $M^{C,C}(f)$  (0,5 punti)
- e) Determinare la matrice associata all'applicazione lineare rispetto alle basi  $E = ((1, 0, -1), (0, -2, 0), (2, 0, 9))$  nel dominio ed  $F = ((0, 1, 0), (4, 3, 0), (-2, 0, 3))$  nel codominio (1 punto).

**Esercizio 3** Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali  $\{O; x, y\}$ , discutere al variare di  $\alpha$ , il fascio di coniche  $y^2 - 10\alpha xy - 12\alpha x - 7 = 0$  (1 punto)

**Esercizio 4** Calcolare il prodotto vettoriale  $\underline{v} \wedge \underline{w}$ , il prodotto scalare  $\underline{v} \cdot \underline{w}$  e il prodotto misto  $\underline{z} \cdot \underline{v} \wedge \underline{w}$ , dove  $\underline{z} = (1, -4, 0)$ ,  $\underline{v} = (-1, 3, 9)$  e  $\underline{w} = (3, -1, 1)$ . (1 punto).

**Esercizio 5** Fissato nello spazio un sistema di coordinate cartesiane ortogonali  $\{O; x, y, z\}$  provare che i tre punti  $A(1, 3, -1)$ ,  $B = (0, 1, -2)$ ,  $C = (0, 0, -5)$  non sono allineati (0,5 punti)

**Esercizio 6** Data la retta di equazione in forma cartesiana  $2x - y + 7 = 0$ , scriverne l'equazione in forma parametrica (0,5 punti)