

Università di Reggio Calabria  
COMPITO DI GEOMETRIA (6 CFU) TRACCIA B  
27 Gennaio 2015

Cognome.....Nome.....Matr.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** Dato il seguente sistema lineare :

$$\begin{cases} x + y = k \\ x + 2ky + kz = 2k \end{cases}$$

- 1) Discutere il sistema al variare del parametro reale  $k$  (1,5 punti)
- 2) Trovare le eventuali soluzioni (1,5 punti)

**Esercizio 2**

Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  così definita, rispetto alla base canonica  $C$  nel dominio e nel codominio

$$f(x, y, z) = (x + z, -y + z, z)$$

- a) Stabilire se l'endomorfismo é semplice (1 punto)
- b) Determinare autospazi e una base di autovettori (0,5 punti)
- c) Calcolare  $\dim \text{Ker} f$ ,  $\dim \text{Im} f$ , una base di  $\text{Ker} f$ , una base di  $\text{Im} f$  (1 punto)
- d) Determinare, se possibile, una matrice diagonale simile ad  $M^{C,C}(f)$  ed una matrice  $P$  che diagonalizza  $M^{C,C}(f)$  (0,5 punti)
- e) Determinare la matrice associata all'applicazione lineare rispetto alle basi  $E = ((1, -1, 0), (0, 0, 1), (2, -1, 0))$  nel dominio ed  $F = ((0, -2, 0), (0, 7, 1), (-2, 0, -3))$  nel codominio (1 punto).

**Esercizio 3** Fissato nel piano un sistema di coordinate cartesiane ortogonali  $\{O; x, y\}$ , classificare la seguente conica  $6x^2 - 4y^2 - 2xy + x - 6 = 0$  (1 punto)

**Esercizio 4** Calcolare il prodotto vettoriale  $\underline{v} \wedge \underline{w}$ , il prodotto scalare  $\underline{v} \cdot \underline{w}$ , dove  $\underline{v} = (1, 11, 0)$  e  $\underline{w} = (14, 1, -7)$ . (1 punto).

**Esercizio 5** Scrivere il vettore  $\underline{w}$  proiezione ortogonale del vettore  $\underline{v} = (2, 3, 1)$  sulla retta di

equazione 
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (0, 5 \text{ punti})$$

**Esercizio 6** Data la retta di equazione in forma parametrica 
$$\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = 1 - 4t \\ z = 13 - 7t \end{cases},$$
 scriverne l'equazione in forma cartesiana (0,5 punti)